

玻璃钢用增强纤维布方向角与克重设计*

黄争鸣

(同济大学航空航天与力学学院,上海 200082)

[摘要] 纤维布是玻璃钢(玻璃纤维增强塑料)增强体的主要结构形式。在纤维和基体性能及纤维体积含量固定之后,玻璃钢产品的机械性能完全取决于纤维布的结构特性,即纤维方向角和相应克重。通过试验确定这些参数难度高,不仅花费巨大,而且难以达到最优。介绍了如何根据纤维和基体性能参数,对任意多轴纤维布的方向角与克重进行设计。经典层合板理论确定每一层玻璃钢分担的载荷后,桥联模型计算出纤维和基体的均值应力,再将这些均值量转换成真实值,进而与纤维和基体的强度对比,判定单层是否破坏。若破坏源自纤维或源自基体但整体应变中的最大值超过临界值,对应的外载定义为纤维布浸胶后所能承受的极限载荷。设计公式皆为显式,设计结果与试验吻合良好,为工程应用提供了一条有效途径。

关键词: 玻璃钢;细观力学;应力集中系数;纤维布结构;刚度;强度;克重

DOI:10.16080/j.issn1671-833x.2019.04.014



黄争鸣

博士,曾任教育部“长江学者”,创建了复合材料本构和强度理论“桥联模型”,成为“破坏分析奥运会”参评精度最高的细观力学理论,首次指出了复合材料破坏和强度分析必须基于组分材料的真实应力,并系统建立了由均值应力到真实应力的解析理论,给出了一般非线性算子解存在性的充分必要条件。出版专著 4 本,SCI 论文 140 多篇,并授权专利 22 项。

玻璃纤维增强树脂(玻璃钢)因其卓越的比刚度和比强度特性、优异的抗疲劳和耐腐蚀性能、低廉的成本以及易于整体一次成型的特点,现已成为大型风机叶片、机舱罩、游艇、管道等新兴产业最佳候选材料而得到大规模应用,并且在轻量化汽车、轨道交通等领域显示出诱人的应用前景。产业的大量需求催生了我国玻璃纤维制造业的迅猛发展。2017 年,我国玻璃纤维年产量已占世界总产量的 60% 以上,其中,仅浙江巨石集团的玻璃纤维年产量就达 150 万 t,超过世界总产量的 22%。

玻璃纤维是玻璃钢的承载主体,作为增强材料与树脂基体复合主要采用两种结构形式。第一种是单纤维(纤维束)经长丝缠绕制成玻璃钢产品,包括近年发展的自动铺丝、自

动铺带,后者实现了一定宽度的纤维并排缠绕。传统的长丝缠绕生产效率相对较低,产品一般需要有一个旋转轴,而且往往在缠绕前需将纤维束浸胶,缠绕过程中会释放有害气体(自动铺丝、自动铺带多采用半干预浸料,减少了有害气体释放),目前在不少地方因环保不达标而受到限制。另一种占主导地位的结构形式是将纤维束按设计要求排布,预制成纤维布,包括经纬编织布,用户只需将纤维布裁剪后,铺设在不同模具内,借助 RTM(树脂传递模塑成型)、RIM(树脂吸塑成型)或手糊工艺,与树脂浸胶、固化,制成形状、性能各异的玻璃钢产品。若纤维束中已含树脂,如热塑性基体纤维与增强玻璃纤维共混后预制的纤维布,用户将借助热压工艺成型,会大幅缩短成型

*基金项目:国家自然科学基金项目(11832014;11472192)。

周期。

显而易见,在纤维和基体性能不变、纤维含量固定情况下,玻璃钢制品的机械性能就取决于纤维丝束的方向角及不同方向角的纤维用量。业内,纤维用量以克重(Areal Weight, g/m²)度量,如恒石基业(巨石下属纤维布加工企业)的TLX1215 三轴布 [0° / ± 45°] 的总克重为 1219g/m²,其中 0° 方向纤维克重 708g/m², +45° 和 -45° 方向的纤维克重均是 250g/m²,另加克重为 11g/m² 的 PES 纱线,用于将不同方向分散排列的纤维缝合成一整块纤维布。

如何根据不同应用要求设计合适的纤维束方向角及克重,成为纤维布生产企业不得不面临的一个技术问题,也是衡量企业核心竞争力的一个重要砝码。虽然现有文献包括教科书中介绍层压板强度的预报方法众多^[1-4],但迄今,纤维布生产商(如恒石基业)主要还是依靠经验和打样试验确定纤维布的结构参数,试验工作量巨大,不仅耗资耗时,而且难以达到最优。

本文基于作者创建的桥联模型和基体真实内应力理论,只需输入纤维和基体的原始性能参数和纤维体积含量,就可将玻璃钢任意方向的刚度和强度作为纤维布方向角及克重的显式函数。通过调整纤维方向角和 / 或克重,使玻璃钢的性能满足应用要求,实现对纤维布的最优设计。

内应力计算

欲根据组分材料性能和纤维几何参数预报复合材料的性能,首先需确定纤维和基体中的应力。

如图 1 所示,纤维布中每一层的纤维丝束皆平行排列,最后通过少量聚酯线缝合成一个整体,与经纬纱交替编织布相比,避免了交织处纤维弯曲对纤维力学性能的削弱,而且生产

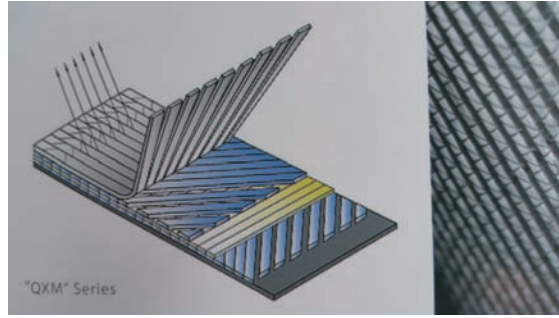


图1 多轴纤维布
Fig.1 Multi-axial fiber fabric

效率更高。显然,纤维布与树脂浸胶复合后就是一个层合板,其中每一层受力分析可通过经典层合板理论实现。

假定按对称铺层(两层纤维布),并且在性能设计中暂不考虑弯曲载荷的影响。不失一般性,采用增量格式求解,层合板的中面应变增量由下述方程确定^[5]:

$$h \begin{Bmatrix} d\sigma_{xx}^0 \\ d\sigma_{yy}^0 \\ d\sigma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^I & Q_{12}^I & Q_{13}^I \\ Q_{12}^I & Q_{22}^I & Q_{23}^I \\ Q_{13}^I & Q_{23}^I & Q_{33}^I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_{xx}^0 \\ d\epsilon_{yy}^0 \\ 2d\epsilon_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中, {dσ₁₁⁰, dσ₂₂⁰, dσ₁₂⁰} 是施加到层合板的外载增量, h = ∑_{k=1}ⁿ t_k 是层合板的厚度, n 是层数, t_k 是层合板中第 k 层的厚度, Q_{ij}^I 是层合板的拉伸刚度, 定义为:

$$Q_{ij}^I = \sum_{k=1}^n (C_{ij}^G)_k t_k \quad (2)$$

(C_{ij}^G)_k 则是层合板中第 k 层总体坐标下的刚度矩阵,由其局部坐标下的刚度矩阵 [S_{ij}]_k⁻¹ 经坐标变换得到:

$$[(C_{ij}^G)_k] = ([T_{ij}]_k) ([S_{ij}]_k)^{-1} ([T_{ij}]_k)^T \quad (3)$$

[T_{ij}]_c 是坐标变换矩阵,详见文献 [5]。

层合板的工程弹性常数 E_{xx}、E_{yy}、ν_{xy}、G_{xy}……与拉伸刚度之间的关系如下:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{E_{xx}} & -\frac{\nu_{xy}}{E_{xx}} & \frac{\eta_{xy,x}}{E_{xx}} \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_{xx}} & \frac{1}{E_{yy}} & \frac{\eta_{xy,y}}{E_{yy}} \\ \frac{\eta_{xy,x}}{E_{xx}} & \frac{\eta_{xy,y}}{E_{yy}} & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} =$$

$$h \begin{bmatrix} Q_{11}^I & Q_{12}^I & Q_{13}^I \\ Q_{12}^I & Q_{22}^I & Q_{23}^I \\ Q_{13}^I & Q_{23}^I & Q_{33}^I \end{bmatrix}^{-1} \quad (4)$$

从式(1)解得中面应变增量后,层合板第 k 层局部坐标系下分担的应力增量为:

$$\{d\sigma_i\}_k = \{d\sigma_{11}, d\sigma_{22}, d\sigma_{12}\}_k^T = ([T_{ij}]_k) [(C_{ij}^G)_k] \{d\epsilon_j^0\}^{(G)} \quad (5)$$

式中, {dε_j⁰}^(G) = {dε₁₁⁰, dε₂₂⁰, 2dε₁₂⁰}^T, [T_{ij}]_s 是另一个坐标变换矩阵。

进一步,将式(5)代入桥联模型公式,求得第 k 层纤维和基体中的内应力为^[5]:

$$\{d\sigma_i^f\}_k = (V_f [I] + V_m [A_{ij}]_k)^{-1} \{d\sigma_j\}_k = [B_{ij}]_k \{d\sigma_j\}_k \quad (6)$$

$$\{d\sigma_i^m\}_k = [A_{ij}]_k [B_{ij}]_k \{d\sigma_j\}_k \quad (7)$$

式中,桥联矩阵 [A_{ij}] 及矩阵 [B_{ij}] 各元素的显式表达式见附录 A。

第 k 层的柔度矩阵由下式计算:

$$[S_{ij}]_k = (V_f [S_{ij}^f]_k + V_m [S_{ij}^m]_k [A_{ij}]_k) [B_{ij}]_k \quad (8)$$

V_f 和 V_m 分别是纤维和基体的体积含量, [S_{ij}^f]_k 和 [S_{ij}^m]_k 分别是纤维和基体的柔度矩阵。

真实内应力

根据式(6)和(7)计算出的纤维和基体应力增量皆为均值量,原因是它们基于复合材料的均质化方程所得:

$$d\sigma_i = \left(\int_V d\sigma_i dV \right) / V = V_f d\sigma_i^f + V_m d\sigma_i^m \quad (9)$$

事实上,将桥联方程 $\{d\sigma_i^m\} = [A_{ij}]\{d\sigma_j^f\}$ 代入式(9),立即导出式(6)和(7)。本质上,式(9)来自于材料力学中关于一点应力状态的定义:取包含该点单元体的平均应力,当单元体的体积趋于无穷小时,单元体的应力状态就代表了一点的应力状态。复合材料的单元体(即代表性单元 RVE)必须同时含有纤维和基体,并且其纤维体积含量必须与复合材料的相同,这就使得实际中的 RVE 体积 V' 只能取有限值,相应的应力自然就是均值应力。

必须指出,令均值内应力与组分材料强度相等所得到的复合材料极限载荷与实际值相比的平均误差可高达 5 倍以上^[5],这说明复合材料的任何性能计算都必须基于真实应力。事实上,弹性性能计算同样须基于真实应力,只是因为材料的弹性常数与应力值大小无关(只要处于弹性极限范围内),由真实应力和均值应力计算的弹性常数相等,掩盖了弹性性能也是从真实应力所得的事实。纤维中的应力场均匀^[6-7],其真实应力与均值应力相同;基体的真实应力等于其均值应力乘以某个系数得到,本文依然称该系数为基体的应力集中系数。这是因为开孔板受外力作用,在孔边产生应力集中,孔被异质纤维填充后,同样会在基体中产生应力集中。

然而,基体中的应力集中系数与传统意义上的应力集中系数存在本质不同。首先,传统上的应力集中是因材料或结构中有缺陷而产生,基体中的应力集中则总是存在的,哪怕复合材料中没有任何缺陷。为区别起见,可将复合材料中因缺陷如开孔产生的应力集中,称为等效或宏观应力集中,这后一种应力集中将由缺陷周围的纤维和基体共同承担。基体中的应力集中仅仅由基体承担,可称为细观(微观)应力集中,纤维不分担细观应力集中。其次,基体中的应力集中系数定义(计

算式)完全不同于传统即经典的方法。经典应力集中系数的定义是材料中的最大点应力除以外加应力,倘若按经典定义,一旦纤维和基体界面开裂,势必导致基体中的应力集中系数无穷大,因为界面开裂端点处的基体应力奇异。既然再不能根据点应力定义,就只能采用平均应力。经典应力集中系数的定义是点(0维)应力除以面(相对施加的平面)平均应力(二维),根据相似性法则,基体中的应力集中系数就只能是线平均(一维)应力除以体平均(三维)应力,因为 3 是分母中最高可能的几何维数。

在单一横向拉伸载荷下,基体的应力集中系数是^[8]:

$$K_{22}(\phi) = \frac{1}{|\vec{R}_\phi^b - \vec{R}_\phi^a|} \int_{|\vec{R}_\phi^a|}^{|\vec{R}_\phi^b|} \frac{\bar{\sigma}_{22}^m}{(\bar{\sigma}_{22}^m)_{BM}} d|\vec{R}_\phi| \quad (10)$$

式中, $\bar{\sigma}_{22}^m$ 是同心圆柱(无限长圆柱纤维夹在无限大基体中)模型得到的基体沿载荷方向的应力(点应力), $(\bar{\sigma}_{22}^m)_{BM}$ 由桥联模型给出(体平均应力), ϕ 是给定载荷下破坏面外法向与外载夹角, \vec{R}_ϕ^a 和 \vec{R}_ϕ^b 是代表性单元中纤维和基体柱面上的矢量,其中 $b = a/\sqrt{V_f}$ 。

不同载荷下的基体应力场(同心圆柱模型计算)不同、破坏面各异,相应的基体应力集中系数也不一样。理想界面下受横向拉伸、横向压缩、横向剪切以及轴向剪切的基体应力集中系数推导过程分别见文献[8-11]。为方便起见,基体的横向拉伸、横向压缩及轴向剪切应力集中系数的显式表达式给在附录 B 中,界面开裂后的基体横向拉伸应力集中系数及任意载荷下的界面开裂条件则给在附录 C 中。

需要指出的是,轴向拉压载荷下基体应力场均匀,因而,轴向拉压下基体内原本不存在应力集中。但是,由于树脂或金属基体材料一般存在

塑性变形,轴向加载下纤维实际分担的应力高于按线弹性基体分析所分担的应力。为补偿线弹性基体引起的轴向应力计算偏差,避免破坏模式的改变,文献[5]中建议对纤维体积含量达到或超过 55% 后,引入轴向应力修正因子:

$$K_{11}^t = \min \left\{ 1, \frac{E_{11}^f \sigma_{ut}^m}{E^m \sigma_{ut}^f} \right\} \quad (11)$$

$$K_{11}^c = \min \left\{ 1, \frac{E_{11}^f \sigma_{uc}^m}{E^m \sigma_{uc}^f} \right\} \quad (12)$$

得到了基体的应力集中系数后,基体的当前真实应力为:

$$\{\bar{\sigma}_i^m\}^{l+1} = \{\bar{\sigma}_i^m\}^l + \{K_{11}^m d\sigma_{11}^m, K_{22}^m d\sigma_{22}^m, K_{12}^m d\sigma_{12}^m\}^T, \quad l=0, 1, \dots \quad (13)$$

$$K_{11} = \begin{cases} K_{11}^t (\sigma_{11}^m > 0) \\ K_{11}^c (\sigma_{11}^m < 0) \end{cases} \quad (14)$$

$$K_{22} = \begin{cases} K_{22}^t (d\sigma_{22}^m > 0 \text{ 且界面未裂开}) \\ \hat{K}_{22}^t (d\sigma_{22}^m > 0 \text{ 且界面已裂开}) \\ K_{22}^c (d\sigma_{22}^m < 0) \end{cases} \quad (15)$$

纤维的真实应力与其均值应力相同,其当前应力是:

$$\{\sigma_i^f\}^{l+1} = \{\sigma_i^f\}^l + \{d\sigma_i^f\}, \quad l=0, 1, \dots \quad (16)$$

同理,复合材料所受当前载荷为:

$$\{\sigma_i\}^{l+1} = \{\sigma_i\}^l + \{d\sigma_{11}, d\sigma_{22}, d\sigma_{12}\}^T, \quad l=0, 1, \dots \quad (17)$$

l 表示迭代步, $\{d\sigma_i^m\} = \{d\sigma_{11}^m, d\sigma_{22}^m, d\sigma_{12}^m\}^T$ 、 $\{d\sigma_i^f\}$ 是由式(6)~(7)计算的基体、纤维均值应力增量,不计热残余应力时,初值 $\{\bar{\sigma}_i^m\}^0$ 和 $\{\sigma_i^f\}^0$ 皆取 0, $\{\sigma_i\}^0 = \{0\}$ 。

破坏判据

1 界面开裂判据

假定单向复合材料仅受横向拉伸到临界载荷 $\sigma_{22}^0 = \hat{\sigma}_{22}^0$ 时,纤维和基体界面出现了开裂。忽略界面开裂中的裂纹非稳态扩展,认为 $\sigma_{22}^0 < \hat{\sigma}_{22}^0$ 时界面黏接理想, $\sigma_{22}^0 \geq \hat{\sigma}_{22}^0$ 直到破坏,界面开裂角保持不变(众多试验已证实,界面裂纹一旦开裂将很快达到稳态值,参见文献[11]中的讨论及所附文献,并且由于基体的 Poisson 效应,

即在与拉应力垂直方向的压缩作用, 开裂角将不会进一步增大)。由于横向拉伸破坏源自基体, 据此得到横向拉伸破坏条件:

$$\hat{K}_{22}^t(\sigma_{22}^{m,y} - \hat{\sigma}_{22}^m) + K_{22}^t \hat{\sigma}_{22}^m = \sigma_{ut}^m \quad (18)$$

其中, 横向拉伸下基体界面开裂和达到拉伸强度时的均值应力由式(7)计算, 即:

$$\hat{\sigma}_{22}^m = \frac{0.3E_{22}^f + 0.7E^m}{(V_f + 0.3V_m)E_{22}^f + 0.7V_mE^m} \hat{\sigma}_{22}^0 \quad (19)$$

$$\sigma_{22}^{m,y} = \frac{0.3E_{22}^f + 0.7E^m}{(V_f + 0.3V_m)E_{22}^f + 0.7V_mE^m} Y \quad (20)$$

将式(19)和(20)代入式(18), 解得横向临界拉应力:

$$\hat{\sigma}_{22}^0 = \frac{\hat{K}_{22}^t Y}{\hat{K}_{22}^t - K_{22}^t} - \frac{(V_f + 0.3V_m)E_{22}^f + 0.7V_mE^m}{(0.3E_{22}^f + 0.7E^m)(\hat{K}_{22}^t - K_{22}^t)} \sigma_{ut}^m \quad (21)$$

任意载荷下的界面开裂条件一是基体的当前 Mises 真实应力超过临界值, 二是基体不得 3 向受压, 即^[11]:

$$(\bar{\sigma}_e^m)^t \geq \hat{\sigma}_e^m \text{ 且 } (\bar{\sigma}_m^t)^t > 0 \quad (22)$$

式中, 当前 Mises 真实应力 $(\bar{\sigma}_e^m)^t = \sqrt{(\bar{\sigma}_{11}^m)^t(\bar{\sigma}_{11}^m)^t + (\bar{\sigma}_{22}^m)^t(\bar{\sigma}_{22}^m)^t - (\bar{\sigma}_{11}^m)^t(\bar{\sigma}_{22}^m)^t + 3(\bar{\sigma}_{12}^m)^t(\bar{\sigma}_{12}^m)^t}$ (23)

第一主应力:

$$(\bar{\sigma}_m^t)^t = \frac{(\bar{\sigma}_{11}^m)^t + (\bar{\sigma}_{22}^m)^t}{2} +$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{[(\bar{\sigma}_{11}^m)^t - (\bar{\sigma}_{22}^m)^t]^2 + 4(\bar{\sigma}_{12}^m)^t(\bar{\sigma}_{12}^m)^t} \quad (24)$$

临界 Mises 等效应力为

$$\hat{\sigma}_e^m = \sqrt{(\hat{\sigma}_{11}^m)^2 + (K_{22}^t \hat{\sigma}_{22}^m)^2 - K_{22}^t \hat{\sigma}_{11}^m \hat{\sigma}_{22}^m} \quad (25)$$

临界横向拉伸引起的基体轴向

均值应力为

$$\hat{\sigma}_{11}^m = \frac{V_f A_{12}}{(V_f + V_m A_{11})(V_f + V_m A_{22})} \hat{\sigma}_{22}^0 \quad (26)$$

2 基体破坏判据

由于各向同性基体是各向异性复合材料的子集, 因此, Tsai-Wu 判据可用于判定基体的破坏

$$F_1[(\bar{\sigma}_{11}^m)^t(\bar{\sigma}_{11}^m)^t + (\bar{\sigma}_{22}^m)^t(\bar{\sigma}_{22}^m)^t - (\bar{\sigma}_{11}^m)^t(\bar{\sigma}_{22}^m)^t] + F_2(\bar{\sigma}_{12}^m)^t(\bar{\sigma}_{12}^m)^t + F_3[(\bar{\sigma}_{11}^m)^t + (\bar{\sigma}_{22}^m)^t] \geq 1 \quad (27)$$

$$\begin{cases} F_1 = 1/(\sigma_{ut}^m \sigma_{uc}^m) \\ F_2 = 1/(\sigma_{us}^m)^2 \\ F_3 = 1/\sigma_{ut}^m - 1/\sigma_{uc}^m \end{cases} \quad (28)$$

式中, σ_{ut}^m 、 σ_{uc}^m 、 σ_{us}^m 是纯基体的拉伸、压缩、剪切强度。

3 纤维破坏判据

纤维细长, 类似梁, 其破坏由最大正应力破坏判据判定, 即只要下述条件之一满足, 就认为纤维达到了破坏:

$$(\sigma_f^t)^t \geq \sigma_{ut}^f \quad (29)$$

$$(\sigma_f^c)^t \leq \sigma_{uc}^f \quad (30)$$

式中, σ_{ut}^f 和 σ_{uc}^f 分别是纤维的轴向拉伸和压缩强度, $(\sigma_f^t)^t$ 和 $(\sigma_f^c)^t$ 是纤维的第一、第三主应力。

4 致命与非致命破坏判据

纤维破坏是致命破坏, 基体破坏是非致命破坏。层合板任何一层中, 一旦出现致命破坏, 即认为层合板达到了极限破坏, 计算终止。

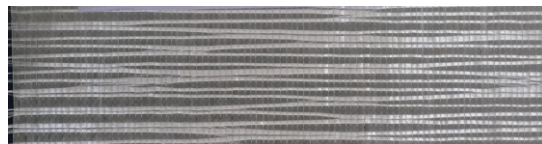


图2 E-7 UD1200单轴布

Fig.2 E-7 UD1200 uniaxial fiber fabric

表1 E-7 UD1200单轴布结构参数

Table 1 Structural parameters of E-7 UD1200 uniaxial fiber fabric

参数	0° 纤维	90° 纤维	缝合纤维
型号	E-7	E-6	PET
直径 / μm	17	17	—
克重 / (g·m ⁻²)	1152	50	11

非致命破坏后, 需要对破坏层进行刚度衰减。刚度衰减方案是将基体的模量折减至原有模量的 1%, 即:

$$E_m = 0.01E_0^m \quad (31)$$

式中, E_0^m 是基体的初始模量。其他材料性能参数包括基体的泊松比皆保持不变, 再根据衰减后的纤维和基体性能计算基体柔度矩阵和桥联矩阵。

5 极限破坏判据

两种情况出现时认为达到极限破坏: 一是有一个致命破坏; 二是存在一个非致命破坏, 但同时层合板的变形(应变)最大值达到临界值, 该临界值一般可取 5%, 或根据试验/经验选定。后一个条件是因为实际层合板的极限变形(应变)为有限值。极限破坏所对应的外载定义为层合板的极限强度。

设计结果

1 输入数据确定

浙江恒石纤维基业有限公司的 E-7 UD1200 单轴布, 主要由 0° 纤维叠加少量 90° 纤维后, 通过聚酯线缝合而成(图 2), 其结构参数列于表 1 中, 与汉森(Hexion)公司环氧 RIMR035C 树脂, 经 RTM 复合制成层压板。层压板各性能数据见表 2, 汉森测试的 RIMR035C 树脂性能列于表 3 内。

表2 E-7 UD1200/RIMR035C层压板性能($V_f=53.9\%$)

Table 2 Properties of E-7 UD1200/RIMR035C laminate

0° 拉伸		0° 压缩		90° 拉伸		90° 压缩		面内剪切性能	
E/GPa	X/MPa	E/GPa	X'/MPa	E/GPa	Y/MPa	E/GPa	Y'/MPa	G_{12} /GPa	S/MPa
46.3	1184.8	46.8	934.7	13.1	52	14.3	183.7	3.99	84.6

注：面内剪切采用Iosipescu或45° Rail Shear方法测试。

纤维和基体的弹性性能及强度参数基于表2和表3确定。鉴于90°纤维克重不及0°纤维克重的5%，本文中予以忽略，聚酯缝合线的影响也忽略不计，表2中的数据视为单向复合材料的性能。

首先考虑弹性性能。从表2可见，无论轴向拉压还是横向拉压的模量近似相等，差异不大可视为测试偏差。由此，纤维和基体的拉压模量分别认为相同，基体弹性性能由表3给出。玻璃纤维各向同性，只需由表2数据反演出弹性模量及泊松比即可。由于轴向的性能测试通常比横向的性能测试准确，基于轴向模量反演出纤维模量85GPa。纤维泊松比参照剪切模量和横向模量确定为0.29。

试验测试的基体拉伸强度72.9MPa可信，因据此预报的E-7 UD1200层压板横向拉伸强度50.7MPa接近实测值52MPa，但测试的基体压缩强度93.8MPa不可信。首先，基于93.8MPa预报的层压板横向压缩强度远低于测试值183.7MPa；其次，根据汉森公司报告，RIMR035C的极限拉伸应变4.05%，是一种韧性树脂，压缩过程中第一峰值并非对应极限载荷，而是塑性极限，随后曲线下降，此时试验机往往因安全设置而自行终止加载，但若改变安全设置，压缩曲线会随之继续上升。某韧性树脂试样持续加载甚至不会出现极限破坏，犹如低碳钢的压缩试验。因此，韧性基体的压缩强度一般应根据单向板横向压缩强度反演，基于本文公式和表2数据反

表3 RIMR035C树脂性能

Table 3 Properties of RIMR035C resin

E/GPa	ν	$\sigma_{u,t}$ /MPa	$\sigma_{u,c}$ /MPa
3.22	0.35	72.9	93.8

表4 E-7玻璃纤维与RIMR035C环氧基体力学性能

Table 4 Mechanical properties of E-7 glass fiber and RIMR035C epoxy matrix

材料	E_{11} /GPa	ν_{12}	$\sigma_{u,t}$ /MPa	$\sigma_{u,c}$ /MPa	$\sigma_{u,s}$ /MPa
纤维	85	0.29	2150	1700	—
基体	3.22	0.35	72.9	146	51.6

表5 E-7 UD1560层压板的弹性常数

Table 5 Elastic properties of E-7 UD1560 laminate

参数	E_{11} /GPa	E_{22} /GPa	ν_{12}	G_{12} /GPa	G_{23} /GPa
预报值	50.9	16.1	0.315	5.5	5.5
实测值	52	14.3	—	4.1	—
相对误差	-2.1%	12.6%	—	34.1%	—

注： $G_{12}=4.1$ MPa，采用 $[\pm 45^\circ]$ 层压板拉伸得到。

演的基体压缩强度为146MPa。值得注意的是，基体压缩强度和基体横向压应力集中系数须一同试凑确定。基体的剪切强度由下述Mohr公式确定^[5]：

$$\sigma_{u,s}^m = 0.5\sqrt{\sigma_{u,c}^m \sigma_{u,t}^m} = 51.6\text{MPa} \quad (32)$$

假定轴向拉、压破坏源自纤维破坏，纤维的轴向拉、压强度分别根据层压板的轴向拉、压强度反演确定。

综上，纤维和基体的性能列于表4中。

根据表4的数据和横向拉伸强度 $Y=52$ MPa，求得界面开裂后的横向拉伸应力集中系数 $K_{22}^t=6.18$ 及开裂时的临界横向拉应力 $\sigma_{22}^0=54.7$ MPa $>Y$ ，表明该材料体系的纤维和基体界面直到破坏都保持理想黏接，不会出现

界面开裂。因此，只需考虑不同纤维体积含量下理想界面的基体应力集中系数。

2 单轴纤维布设计

E-7 UD1560单轴布的纤维构成是：0°纤维克重1512g/m²，90°纤维克重40g/m²，PET纱线克重11g/m²，与RIMR035C环氧树脂复合后的层压板纤维体积含量 $V_f=58.3\%$ 。下面对层压板的模量及强度进行设计计算。

同样由于90°纤维克重只占0°纤维克重的2.6%，将该层压板视为单向复合材料。依据表4的数据，按前述桥联模型公式计算得层压板的各弹性常数列于表5中。恒石基业测试的数据也列于表5中。横向模

量的差异明显与离散性有关,测试的横向压缩模量为 17GPa,若将横向拉伸和横向压缩模量的平均值视为横向模量,预报误差仅 2.5%。剪切模量差异较大可能与测试方法有关,一般认为 Iosipescu 或 45° Rail Shear 测试法得到的剪切性能尤其剪切强度更可信。

为预报层压板强度,首先需计算基体的应力集中系数。基于表 4 的组分性能和纤维体积含量,计算的有关基体应力集中系数列于表 6 中。将表 4 和表 6 的数据代入强度预报公式,求得的该层压板(单向复合材料)单轴强度列于表 7 中。恒石公司提供了该单轴布层压板的测试数据,但缺少面内剪切强度的 45° Rail Shear 试验值,其结果也一

同列在表内,理论预测与试验对比的平均误差为 7.8%。众所周知,复合材料试验数据尤其强度测试数据一般离散性较大。本文根据组分材料纤维和基体的性能预测复合材料的强度,存在众多可能的误差源(组分材料性能偏差的累积误差、层压板测试数据离散性等)。鉴于此,本文预测精度足够。

为说明基体真实应力对复合材料破坏和强度预报的决定性作用,基于均值应力(取 $K'_{11}=K'_{22}=K''_{11}=K''_{22}=K_{12} \equiv 1$)预报的各单轴强度也列在表 7 中,平均误差 101.2%,高出真实应力预报误差 7.8% 近 13 倍。

3 多轴纤维布设计

E-7 TLX1215 三轴布 $[0^\circ / \pm 45^\circ]_s$ 的纤维构成是: 0°

纤维克重 708g/m^2 , $\pm 45^\circ$ 纤维克重 250g/m^2 , PET 纱线克重 11g/m^2 ,与 RIMR035C 环氧树脂复合后的层压板纤维体积含量 $V_f=53.7\%$ 。层压板的模量及强度计算如下。

首先计算基体的应力集中系数,根据组分性能(表 4)和纤维体积含量,计算的应力集中系数列于表 6。

不同铺设角的纤维克重,则通过单层板厚度来体现。将 $+45^\circ$ 和 -45° 纤维层的厚度取为 1,那么, 0° 纤维层的厚度为 2.832 ($=708/250$)。

将已知参数(表 4 组分性能、表 6 应力集中系数、铺设角及层厚)代入前面的有关公式,计算的三轴布层压板的模量及强度参数列于表 8。

恒石公司提供的该三轴布层压板的测试数据见表 8。据此,计算了理论值与试验值对比的相对误差,见表 8。结果显示,弹性模量预报的平均误差为 7.3%,极限强度预报的平均误差为 10.4%。考虑到计算是完全基于纤维和基体性能得到的,该结果令人满意。

同样作为对比,将所有应力集中系数取为 1,即基于均值应力预测的层压板强度(弹性常数预测与真实应力的预测完全相同,因为弹性常数与应力值大小无关),与试验对比的平均误差 40.3%,高出真实应力预报误差 10.4% 近 4 倍。需要指出的是,本问题中,大部分纤维沿 0° 方向布置,因而,沿 0° 加载按均值应力预测的强度具有足够精度,因为沿纤维轴向

表6 E-7玻璃纤维/RIMR035C复合材料中基体的应力集中系数
Table 6 Stress concentration factors of matrix in E-7 glass fiber/RIMR035C composite

V_f	K'_{11}	K''_{11}	K_{12}	K'_{22}	K''_{22}
58.3%	0.895	1	1.47	3.26	2.05
53.7%	0.895	1	1.42	3.11	1.93

表7 E-7 UD1560层压板的单轴强度
Table 7 Uniaxial strengths of E-7 UD1560 laminate

参数	X/MPa	X'/MPa	Y/MPa	Y'/MPa	S_{12} /MPa
预报值	1287.8	1018	49.2	181.4	77.4
实测值	1370	914	46.4	169	—
相对误差	-6%	11.4%	6%	7.3%	—
预报值(均值应力)	1287.8	1018	155.4	426.5*	114

注:平均误差=7.8%,平均误差(均值应力)=101.2%;“*”因极限应变条件终止。

表8 E-7 TLX1215层压板 $[0^\circ / \pm 45^\circ]_s$ 的模量和强度
Table 8 Moduli and strengths of E-7 TLX1215 $[0^\circ / \pm 45^\circ]_s$ laminate

参数	0° 拉伸		0° 压缩		90° 拉伸		90° 压缩		面内剪切	
	模量 /GPa	强度 /MPa	模量 /GPa	强度 /MPa	模量 /GPa	强度 /MPa	模量 /GPa	强度 /MPa	模量 /GPa	强度 /MPa
预报	34.3	712.7	34.2	574.2	16.4	114.8	16.4	225.5	8.45	194.8
试验	33.6	800	35.5	660	14.3	126	14.7	207	7.94	216
误差	1.8%	-11.4%	-3.7%	-13.2%	14%	-8.9%	10.9%	8.9%	6%	-9.8%
预报 2	—	783.7	—	682	—	184.6	—	432.8	—	304.1

注:平均误差中刚度(弹性模量)7.3%,强度 10.4%,预报 2(均值应力)强度误差 40.3%。

的基体应力集中系数不存在。

整体上,基体应力集中系数对复合材料破坏和强度预报起决定性作用。

显而易见,只要给出了设计要求,通过调整纤维铺设角及克重,依据本文的理论公式,可很方便地得到纤维布的最优铺设角及克重。

结论

本文基于桥联模型和经典层合板理论,介绍了一种设计玻璃纤维布结构参数的解析方法,仅需要提供纤维和基体的弹性和强度参数。如果不清楚纤维和基体的界面是否直到破坏都处于理想黏接,就还须提供一种单向复合材料的横向拉伸强度;如果无法准确确定纤维和基体的性能参数,可通过单向复合材料的试验数据反演得到。因此,最多只需提供一组单向复合材料的测试数据,就可以设计任意多轴向的纤维铺设角及克重,据此制备的玻璃钢层压板测试性能与预测值吻合良好,可大大节省目前通过试验打样确定纤维布结构

参数的开销。虽然本文是以玻璃纤维布为设计蓝本,理论方法和计算公式同样适用于碳纤维层合板的结构参数设计。

参考文献

[1] 沈观林,胡更开. 复合材料力学[M]. 北京:清华大学出版社,2006.
 SHEN Guanlin, HU Gengkai. Mechanics of composites[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.
 [2] ORIFICI A C, HERSZBERG I, THOMSON R S. Review of methodologies for composite material modelling incorporating failure[J]. Composite Structures, 2008, 86(1-3): 194-210.
 [3] LIU P F, ZHENG J Y. Recent developments on damage modeling and finite element analysis for composite laminates: A review[J]. Materials & Design, 2010, 31(8): 3825-3834.
 [4] TALREJA R. Assessment of the fundamentals of failure theories for composite materials[J]. Composites Science and Technology, 2014, 105: 190-201.
 [5] 黄争鸣. 复合材料破坏与强度[M]. 北京:科学出版社,2018.
 HUANG Zhengming. Failure and strength of composite materials[M]. Beijing: Science

Press, 2018.

[6] ESHELBY J D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1957, 241(1226): 367-396.
 [7] CHEN T, DVORAK G J, BENVENISTE Y. Stress fields in composites reinforced by coated cylindrically orthotropic fibers[J]. Mechanics of Materials, 1990, 9(1): 17-32.
 [8] HUANG Z M, XIN L M. In situ strengths of matrix in a composite[J]. Acta Mechanica Sinica, 2017, 33(1): 120-131.
 [9] HUANG Z M, LIU L. Predicting strength of fibrous laminates under triaxial loads only upon independently measured constituent properties[J]. International Journal of Mechanical Science, 2014, 79: 105-129.
 [10] HUANG Z M, XIN L M. Stress concentration factors of matrix in a composite subjected to transverse loads[C]//Proceedings of ICCM 2014. Cambridge, 2014.
 [11] ZHOU Y, HUANG Z M, LIU L. Prediction of interfacial debonding in fiber-reinforced composite laminates[J]. Polymer Composites. [2018-11-26]. <https://doi.org/10.1002/pc.24943>.
 通讯作者:黄争鸣, E-mail: huangzm@tongji.edu.cn.

Design on Fiber Arrangement Angles and Areal Weights of Glass Fiber Reinforced Plastics

HUANG Zhengming

(School of Aerospace Engineering & Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200082, China)

[ABSTRACT] Fiberglass preforms or fabrics are the main structural form for making glass fiber reinforced plastics (abbreviated to FRPs). Once the fiber and matrix properties as well as fiber volume content are fixed, the mechanical properties of the FRP products are predominantly dependent on the structural parameters of the fabrics, i.e., fiber arrangement angles and areal weights. It is a difficult task to experimentally determine those parameters. Not only does high expenditure both in time and in money have to be spent, but also it is hardly possible to obtain an optimized design only through the trial-and-error tests. This paper describes how to design the two structural parameters of any multiaxial fabric only based on the mechanical properties of the fiber and matrix materials. The load shared by any layer of the FRP is determined through the classical laminate theory, whereas the homogenized stresses in the fiber and matrix of this layer are calculated using micromechanics Bridging Model. The homogenized quantities are then converted into true stresses before compared with the fiber and matrix strength data to assess whether or not the layer is failed. If there is a fiber failure, or there is a matrix failure together with a maximum strain of the laminate which is greater than a critical value, the corresponding load applied on the FRP is defined as its ultimate strength. All of the design formulae involved are explicit and analytical, and the designed

performances of the resulting FRPs agree well with the experimental counterparts. The present work provides an efficient methodology for engineering applications.

Keywords: GFRP; Micromechanics; Stress concentration factor; Fabric structure; Stiffness; Strength; Areal weight

(责编 李丹)

附录 A 矩阵 $[A_{ij}]$ 和 $[B_{ij}]$ 表达式

非 0 的矩阵元素 A_{ij} 和 B_{ij} 如下^[5]:

$$A_{11} = E^m/E_1^f \quad (1)$$

$$A_{12} = \frac{E_{11}^f v^m - E^m v_{12}^f}{E_{11}^f - E^m} (A_{22} - A_{11}) \quad (2)$$

$$A_{22} = 0.3 + 0.7E^m/E_{22}^f \quad (3)$$

$$A_{33} = 0.3 + 0.7G^m/G_{12}^f \quad (4)$$

$$B_{11} = 1/(V_f + V_m A_{11}) \quad (5)$$

$$B_{12} = -(V_m A_{12}) / [(V_f + V_m A_{11})(V_f + V_m A_{22})] \quad (6)$$

$$B_{22} = 1/(V_f + V_m A_{22}) \quad (7)$$

$$B_{33} = 1/(V_f + V_m A_{33}) \quad (8)$$

式中, E_{11}^f 、 E_{22}^f 、 G_{12}^f 分别是纤维的轴向模量、横向模量及面内剪切模量, v_{12}^f 是其轴向泊松比, E^m 、 G^m 、 v^m 分别是基体的弹性模量、剪切模量、泊松比。

附录 B 纤维和基体理想界面下的 基体应力集中系数

基体受横向拉伸、横向压缩及轴向剪切应力集中系数 K_{22}^t 、 K_{22}^c 、 K_{12} 公式如下:

$$K_{22}^t = \left[1 + \frac{\sqrt{V_f}}{2} A + \frac{\sqrt{V_f}}{2} (3 - V_f - \sqrt{V_f}) B \right] \frac{(V_f + 0.3V_m)E_{22}^f + 0.7V_m E^m}{0.3E_{22}^f + 0.7E^m} \quad (9)$$

$$K_{22}^c = \left\{ 1 - \frac{\sqrt{V_f}}{2} A \frac{\sigma_{uc}^m - \sigma_{ut}^m}{2\sigma_{uc}^m} + \frac{B}{2(1 - \sqrt{V_f})} \right.$$

$$\left. \left[-V_f^2 \left(1 - 2 \left(\frac{\sigma_{uc}^m - \sigma_{ut}^m}{2\sigma_{uc}^m} \right)^2 \right) + \frac{(\sigma_{uc}^m + \sigma_{ut}^m) V_f}{\sigma_{uc}^m} \right] \right.$$

$$\left. \left(1 + \frac{\sigma_{uc}^m - \sigma_{ut}^m}{\sigma_{uc}^m} \right) - \sqrt{V_f} \left(\frac{\sigma_{uc}^m - \sigma_{ut}^m}{\sigma_{uc}^m} + 1 - \dots \right) \right.$$

$$\left. 2 \left(\frac{\sigma_{uc}^m - \sigma_{ut}^m}{2\sigma_{uc}^m} \right)^2 \right] \left. \right\} \times \frac{(V_f + 0.3V_m)E_{22}^f + 0.7V_m E^m}{0.3E_{22}^f + 0.7E^m} \quad (10)$$

$$K_{12} = \left[1 - V_f \frac{G_{12}^f - G^m}{G_{12}^f + G^m} \{ W(V_f) - \frac{1}{3} \} \right] \frac{(V_f + A_{33} V_m)}{A_{33}} \quad (11)$$

$$W(V_f) = \pi \sqrt{V_f} \left(\frac{1}{4V_f} - \frac{4}{128} - \frac{2}{512} V_f - \frac{5}{4096} V_f^2 \right) \quad (12)$$

式中, σ_{ut}^m 和 σ_{uc}^m 分别是纯基体材料的拉伸和压缩强度。

附录 C 纤维和基体界面开裂后的 基体横向拉伸应力集中系数

$$\hat{K}_{22}^t = \hat{K}_{22}^t(\psi) = \text{Re} \left\{ e^{-2i\psi} M(b e^{i\psi})(a^2/b - b) - e^{-i\psi} \left(N_2 - N_1 \left(\frac{a^2}{b} e^{-i\psi} \right) + e^{-i\psi} (2 + e^{-2i\psi}) \right. \right.$$

$$\left. \left. [N(b e^{i\psi}) - N_3] \right\} \frac{(V_f + 0.3V_m)E_{22}^f + 0.7V_m E^m}{2(b-a)(0.3E_{22}^f + 0.7E^m)} \quad (13)$$

$$N(z) = Fz + \frac{a^2 k}{z} - (z - a e^{i\psi})^{0.5+i\lambda}$$

$$(z - a e^{-i\psi})^{0.5-i\lambda} \left[(F - 0.5) - \frac{D}{a^2 z} \right] \quad (14)$$

$$N_1(z) = Fz + \frac{a^2 k}{z} + \frac{1}{\xi} (z - a e^{i\psi})^{0.5+i\lambda}$$

$$(z - a e^{-i\psi})^{0.5-i\lambda} \left[(F - 0.5) - \frac{D}{a^2 z} \right] \quad (15)$$

$$N_2 = aF e^{-i\psi} + a k e^{i\psi},$$

$$N_3 = F a e^{i\psi} + e^{-i\psi} a k \quad (16)$$

$$M(z) = F - \frac{a^2 k}{z^2} - [(F - 0.5)z + H + \frac{C}{z} + \frac{D}{z^2}] \chi(z) \quad (17)$$

$$F = (1 - (\cos\psi + 2\lambda \sin\psi) \exp[2\lambda(\pi - \psi)] + (1 - k)(1 + 4\lambda^2) \sin^2\psi) / \left(\frac{4}{k} - 2 - 2(\cos\psi + 2\lambda \sin\psi) \exp[2\lambda(\pi - \psi)] \right) \quad (18)$$

$$H = a(\cos\psi + 2\lambda \sin\psi)(0.5 - F) \quad (19)$$

$$C = (k - 1)(\cos\psi - 2\lambda \sin\psi) a^2 \exp[2\lambda(\psi - \pi)] \quad (20)$$

$$D = (1 - k) a^3 \exp[2\lambda(\psi - \pi)] \quad (21)$$

$$\chi(z) = (z - a e^{i\psi})^{-0.5+i\lambda} (z - a e^{-i\psi})^{-0.5-i\lambda} \quad (22)$$

$$\left\{ \begin{aligned} k &= \frac{G^m(1 + \kappa_2)}{(1 + \xi)(G^m + \kappa_1 G_{23}^f)} \\ \lambda &= -(\ln\xi) / (2\pi) \\ \xi &= (G_{23}^f + k_2 G^m) / (G^m + k_1 G_{23}^f) \end{aligned} \right. \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{aligned} k_1 &= 3 - 4v^m \\ k_2 &= \frac{3 - v_{23}^f - 4v_{12}^f v_{21}^f}{1 + v_{23}^f} \\ b &= a/\sqrt{V_f} \end{aligned} \right. \quad (24)$$

以上各表达式中, ψ 表示界面开裂圆心角的一半, 其求解方程如下:

$$\text{Re} \left\{ \left(G_0 - \frac{1}{k} - \frac{2(1-k)}{k \exp(i\varphi)} \exp[2\lambda(\psi - \pi)] \right) R(e^{i\varphi}) \right\}_{\varphi=\psi-\gamma} = 0 \quad (25)$$

$$R(\exp(i\varphi)) = [\exp(i\varphi) - e^{i\psi}]^{0.5+i\lambda} [\exp(i\varphi) - e^{-i\psi}]^{0.5-i\lambda} \exp(-i\varphi) \quad (26)$$

$$G_0 = (1 - (\cos\psi + 2\lambda \sin\psi) \exp[2\lambda(\pi - \psi)] + (1 - k)(1 + 4\lambda^2) \sin^2\psi) / (2 - k - k(\cos\psi + 2\lambda \sin\psi) \exp[2\lambda(\pi - \psi)]) \quad (27)$$

$$\gamma = \begin{cases} \frac{2\lambda(J_1^2 + J_2^2)}{J_1^2 + J_2^2 - 2J_2 J_3}, & \text{if } \xi < 1 \\ -\frac{2\lambda(J_1^2 + J_2^2)}{J_1^2 + J_2^2 - 2J_2 J_3}, & \text{if } \xi > 1 \end{cases} \quad (28)$$

$$J_1 = kG_0 - 1 - 2(1 - k)\xi \exp(2\lambda\psi) \cos(\psi) \quad (29)$$

$$J_2 = 2(1 - k)\xi \exp(2\lambda\psi) \sin(\psi) \quad (30)$$

$$J_3 = 2(1 - k)\xi \exp(2\lambda\psi) [J_1 \cos(\psi) - J_2 \sin(\psi)] / J_2 \quad (31)$$

当 $\xi=1$ 时, 式(25)无解, 对应的界面开裂称为奇异开裂。但是, 可以微调纤维或基体的性能, 使得 $\xi \neq 1$, 因为测试它们时总存在离散性。